

Profesor:  
Max Cantoral



# **RAZONAMIENTO MATEMÁTICO**

GRUPO PITÁGORAS

## LEYES LÓGICAS NOTABLES

Permiten transformar y simplificar fórmulas lógicas.

### 1) LEY DE INVOLUCIÓN : (Doble negación)

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

### 2) LEY DE IDEMPOTENCIA

$$p \wedge p \equiv p \quad p \vee p \equiv p$$

### 3) LEYES ASOCIATIVAS

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

$$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$$

### 4) LEYES DE MORGAN :

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

### 5) LEYES BICONDITIONALES :

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

### 6) LEYES CONMUTATIVAS :

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

### 7) LEYES DISTRIBUTIVAS :

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

$$p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$$

### 8) LEYES CONDICIONALES :

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

## 9) ELEMENTO NEUTRO

$$P \wedge V \equiv P \quad P \vee F \equiv P$$

## 10) LEYES DE ABSORCIÓN :

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$

## 11) LEYES DE TRANSPOSICIÓN

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p$$

## 12) DISYUNCIÓN FUERTE :

$$p \Delta q \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

## 13) SILOGISMO HIPOTÉTICO (IMPLICANCIA)

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad (\text{Transitividad})$$

## EJEMPLO :

“Si Roy es escritor entonces es matemático”.

## Resolución:

**p:** Roy es escritor

**q:** Roy es matemático.

Simbología :  $p \rightarrow q$

Su primer equivalente sería :  $\sim p \vee q$

Se lee :

“Roy no es escritor o es matemático”

Su segundo equivalente sería :  $\sim (p \wedge \sim q)$

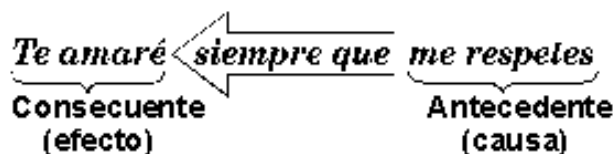
Se lee :

“No es cierto que Roy sea escritor y no sea matemático”

## II) CONDICIONAL INDIRECTA: $(q \rightarrow p)$

Consecuente y antecedente van en ese orden respectivo .

### EJEMPLO:



Sus formas gramaticales son :

- \*  $p$ , si  $q$
- \*  $p$  ya que  $q$
- \*  $p$  puesto que  $q$
- \*  $p$  porque  $q$
- \*  $p$  dado que  $q$
- \*  $p$  es condición necesaria para  $q$
- \*  $p$  cada vez que  $q$
- \*  $p$  siempre que  $q$
- \*  $p$  pues  $q$
- \*  $p$  supone que  $q$
- \*  $p$  a condición de que  $q$

### EJEMPLO :

Ingresé  $\underbrace{\hspace{1cm}}$  dado que  $\underbrace{\hspace{1cm}}$  me esforcé  
 $p$   $\leftarrow$   $q$

Simbolización :  $q \rightarrow p$

### EJEMPLO:

Es falso que las clases se suspenden o la universidad cierra, si se inician las vacaciones. Nos han comunicado falsamente que ni las clases se suspenden ni la universidad cierra.

Luego :

- A) Se inician las vacaciones
- B) No se inician las vacaciones
- C) Se suspenden siempre las clases
- D) Las clases no se suspenden
- E) La universidad cierra

**Resolución:**  $p$  : Las clases se suspenden  
 $q$  : La Universidad se cierra  
 $r$  : Se inician las vacaciones.

Formalizando :

$$[r \rightarrow \sim (p \vee q)] \wedge \sim (\sim p \wedge \sim q)$$

Por la Condicional y Morgan :

$$[\sim r \vee \sim (p \vee q)] \wedge (p \vee q)$$

Por absorción :  $(p \vee q) \wedge \underbrace{\sim r}$

No se inician  
las vacaciones

Clave: "B"

## EJEMPLO :

“Si Jhony estudia duro, entonces ingresará”

## Resolución:

**p** : Jhony estudia duro

**q** : Jhony ingresará

Simbología :  $p \rightarrow q$

Su equivalente :  $\sim q \rightarrow \sim p$

Se lee :

“Si Jhony no ingresa entonces no estudió duro”

## EJEMPLO :

Si estudias duro entonces ingresarás.

Si ingresas entonces te obsequiaré un auto del año.

## Resolución:

**p** : estudias duro

**q** : ingresarás.

**r** : te obsequiaré un auto del año.

Simbología :  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

Conclusión :  $p \rightarrow r$

$$\frac{(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)}{p \rightarrow r}$$

Se lee :

“Si estudias duro entonces te obsequiare un auto del año” .

## EJEMPLO

Pia dice: “**Adelgazo o no hago dieta**”. Esto equivale a decir:

- A) Si adelgazo , hago dieta.
- B) Si no adelgazo , hago dieta.
- C) Si hago dieta , no adelgazo.
- D) Si hago dieta , adelgazo.
- E) Hago dieta o no adelgazo.

**Resolución:** q: Adelgazo  
p: Hago dieta

se simbolizará:  $q \vee \sim p$  lo cual equivale a:  $p \rightarrow q$

es decir : “si hago dieta , adelgazo”

**Clave: “D”**

## EJEMPLO :

Simbolice correctamente :

No estudié para el examen final porque trabajé hasta tarde ; ya que llegaron muchos clientes

- A)  $p \rightarrow (\sim q \rightarrow r)$       B)  $\sim p \rightarrow (q \wedge r)$   
 C)  $p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$       D)  $r \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$

## Resolución:

$p$  : estudié para el examen

$q$  : trabajé hasta tarde

$r$  : llegaron muchos clientes

$$\Rightarrow \underbrace{\underbrace{\underbrace{\text{"NO } p}_{\sim p} \text{ porque } q ; \text{ ya que } r}}_{(q \rightarrow \sim p)}_{r \rightarrow (q \rightarrow \sim p)}$$

Clave: "D"

## EJEMPLO

La siguiente expresión no es falsa .

Si Juan no está enfermo o estudia el sábado en la noche , entonces está enfermo .

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) Juan estudia sábado en la mañana .  
 B) Juan está enfermo .  
 C) Juan no estudia el sábado .  
 D) Juan va al medio .

**Resolución:**  $p$ : Juan está enfermo  
 $q$ : Juan estudia el sábado en la noche

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \underbrace{\underbrace{\underbrace{\text{"Si no } p}_{\sim p} \text{ o } q}_{(\sim p \vee q)} \text{ entonces } p}_{(\sim p \vee q) \rightarrow p} \\ & \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee p \\ & \equiv (\sim \sim p \wedge \sim q) \vee p \\ & \equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Juan está enfermo

Clave: "B"

01. Cuando haya democracia, el país resolverá sus problemas. Es hoy indudable que la democracia existe, esto hace que:

- A) Posiblemente se resuelven los problemas
- B) Es imposible que los problemas sean resueltos
- C) Afirmativamente se resuelven los problemas
- D) Es cierto que la democracia traiga desarrollo
- E) El país, aún así, no resolverá sus problemas

**Resolución:**

$p$ : Hay democracia

$q$ : El país resolverá sus problemas

**Formalizando:**

1er método

$$\underbrace{(p \rightarrow q)}_V \equiv V$$

$$p \equiv V$$

2do método

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q) \wedge p \\ & \equiv (\sim p \vee q) \wedge p \\ & \equiv p \wedge (\sim p \vee q) \end{aligned}$$

$$\therefore p \wedge q$$

**Clave: "C"**



02. No es buen deportista pero sus notas son excelentes. Es equivalente a :

- A) No es cierto que, sea un buen deportista o sus notas no sean excelentes
- B) No es cierto que, sea un buen deportista o sus notas sean excelentes
- C) No es cierto que, no sea un buen deportista o sus notas no sean excelentes
- D) No es cierto que, no sea un buen deportista o sus notas sean excelentes
- E) No es cierto que, es un buen deportista y sus notas no son excelentes

**Resolución:**

p: Es buen deportista

q: Sus notas son excelentes

**Formalizando:**

$$\sim p \wedge q \equiv \sim (p \vee \sim q)$$

**Clave: "A"**



03. Si ingresas serás ingeniero  
Si no eres un gerente entonces no eres ingeniero  
se deduce:
- A) Si ingresas no eres ingeniero
  - B) Si ingresas serás gerente
  - C) Si eres gerente, entonces ingresaste
  - D) Si no ingresas, serás gerente
  - E) Si no eres ingeniero, eres gerente

**Resolución:**

$p$  : Ingresas  
 $q$  : Eres ingeniero  
 $r$  : Eres gerente

**Formalizando:**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim r \rightarrow \sim q \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

**Clave: "B"**

04. Sabiendo que :

*Si vas al hipódromo, pierdes tu dinero*

*Si no vas al hipódromo, vas al cine*

*Si no fuiste al cine, entonces :*

- A) No fuiste al hipódromo
- B) No perdiste tu dinero
- C) Perdiste tu dinero
- D) Fuiste al hipódromo y ganaste dinero
- E) Ninguna de las anteriores

**Resolución:**

$p$  : Vas al hipódromo

$q$  : Pierdes tu dinero

$r$  : Vas al cine

**Formalizando:**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim p \rightarrow r \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim r \rightarrow p \end{array}$$


---

$\therefore \sim r \rightarrow q$

**Clave: "C"**

05. *Hablas dos idiomas si eres diplomático;*  
equivale a :

- A) Eres diplomático o hablas dos idiomas
- B) No eres diplomático y hablas dos idiomas
- C) Eres diplomático y hablas dos idiomas
- D) No eres diplomático o hablas dos idiomas
- E) Eres diplomático y no hablas dos idiomas

**Resolución:**

q : Hablas dos idiomas

p : Eres diplomático

**Formalizando:**

$$q \leftarrow p \equiv p \rightarrow q$$

$$\equiv \sim p \vee q$$

**Clave: "D"**

06. Si no hay subsidios del gobierno para la agricultura, entonces hay controles gubernativos sobre la agricultura. Si hay controles gubernativos sobre la agricultura, entonces no hay depresión agrícola. Hay depresión o sobreproducción agrícola. Es un hecho que no hay sobreproducción. Por lo tanto, es verdad que:

- A) Hay controles gubernativos sobre la agricultura.
- B) No hay depresión económica.
- C) No hay subsidios para la agricultura.
- D) No hay depresión y no hay sobreproducción.
- E) Hay subsidios del gobierno para la agricultura.

## Resolución:

$p$  : Hay subsidios del gobierno para la agricultura  
 $q$  : Hay controles gubernativos sobre la agricultura  
 $r$  : Hay depresión agrícola  
 $S$  : Hay sobreproducción agrícola

## Formalizando:

$$\begin{array}{l}
 \sim p \rightarrow q \\
 q \rightarrow \sim r \\
 r \vee s \\
 \sim s
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{l}
 \cancel{\sim p \rightarrow q} \\
 \cancel{q \rightarrow \sim r} \\
 \underline{\sim r \rightarrow s} \\
 \equiv \sim p \rightarrow s \\
 \boxed{\equiv \sim s \rightarrow p}
 \end{array}$$

Clave: "E"

07. Tengo un problema: "Aprobaré mi examen, si Dios quiere que apruebe. Aprobaré mi examen si y solo si estudio y hago todos los ejercicios. Sin embargo, no hice todos los ejercicios". Luego es un hecho que:

- A) Dios quiere que apruebe el examen.
- B) Estudio para aprobar el examen.
- C) Dios no quiere que apruebe el examen.
- D) Aprobaré mi examen.

## Resolución:

$q$  : Aprobaré mi examen  
 $p$  : Dios quiere que apruebe  
 $r$  : Estudio  
 $s$  : Hago todos los ejercicios

## Formalizando:

$$\underset{\text{F}}{p} \rightarrow \underset{\text{F}}{q} \equiv V$$

$$\underset{\text{F}}{q} \leftrightarrow (\underset{\text{F}}{r} \wedge \underset{\text{?}}{s}) \equiv V \quad \rightarrow \quad q \equiv F$$

$$\sim s \equiv V \quad \rightarrow \quad s \equiv F$$

Clave: "C"



08. Si no va de noche, Juan no estudia, ¿cuál es verdadera?

- A) Es de noche, entonces Juan estudia
- B) No es de noche, entonces Juan estudia
- C) Juan estudia, entonces es de noche
- D) Juan estudia, entonces es de día
- E) Juan asiste a clases

**Resolución:**

p : Va de noche  
q : Juan estudia

**Formalizando:**

$$\sim p \rightarrow \sim q \equiv q \rightarrow p$$

**Clave: "C"**

09. Simplifique la proposición  
 $[q \rightarrow \sim p] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)]$ .

- A)  $\sim p \wedge \sim q$
- B)  $p \rightarrow q$
- C)  $p \wedge \sim q$
- D)  $p \vee q$
- E)  $p \rightarrow \sim q$

**Resolución:**

$$\begin{aligned}
 & [q \rightarrow \sim p] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)] \\
 & \equiv [\sim q \vee \sim p] \wedge [\sim (p \wedge q) \vee (p \leftrightarrow q)] \\
 & \equiv \underbrace{\sim (p \wedge q)} \wedge \underbrace{[\sim (p \wedge q) \vee (p \leftrightarrow q)]} \\
 & \equiv \sim (p \wedge q) \\
 & \equiv \sim p \vee \sim q \\
 & \equiv p \rightarrow \sim q
 \end{aligned}$$

**Clave: "E"**



10. Anita dice: "Si consumo abundante agua, tendré una piel saludable. O consumo abundante agua o me deshidrato. Si me deshidrato, entonces no llegaré a la cima de la montaña". Si Anita llegó a la cima de la montaña entonces, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. Tendré una piel saludable
- II. Consumo abundante agua
- III. Me deshidrato

- A. I y II                      B) II y III
- C) Solo I                    D) Solo III
- E) I y III

**Resolución:**

$p$  : Consumo abundante agua

$q$  : Tendré una piel saludable

$r$  : Me deshidrato

$s$  : Llegaré a la cima de la montaña

**Formalizando:**

$$\underset{V}{p} \rightarrow \underset{V}{q} \equiv V \quad \rightarrow \quad q \equiv V$$

$$\underset{V}{p} \Delta \underset{F}{r} \equiv V \quad \rightarrow \quad p \equiv V$$

$$\underset{F}{r} \rightarrow \underbrace{\sim s}_{F} \equiv V \quad \rightarrow \quad r \equiv F$$

$$s \equiv V \quad \rightarrow \quad s \equiv V$$

**Luego:**

- I.  $q$
- II.  $p$
- III.  $r$

**Clave: "A"**

11. La negación de: “Ni Pepe estudia Aptitud Matemática ni atiende a la clase” es:

- A) No es cierto que, Pepe estudie Aptitud Matemática y atienda la clase
- B) Pepe atiende a la clase y estudia Aptitud Matemática
- C) Pepe no atiende a la clase o no estudia Aptitud Matemática
- D) Pepe atiende a la clase o no estudia Aptitud Matemática
- E) Pepe atiende a la clase o estudia Aptitud Matemática

**Resolución:**

$p$  : Pepe estudia Aptitud Matemática

$q$  : Pepe atiende la clase

**Formalizando:**

$$\sim (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv p \vee q$$

$$\equiv q \vee p$$

**Clave: “E”**

12. La proposición : “*Diana no estudia o sale de casa tarde*” equivale a:
- A) No es cierto que, Diana sale de casa temprano o estudia.
  - B) Si Diana estudia, entonces sale de casa temprano.
  - C) Diana sale de casa temprano y estudia.
  - D) Si Diana sale de casa temprano entonces estudia.
  - E) Si Diana estudia entonces sale de casa tarde.

**Resolución:**

$p$  : Diana estudia

$q$  : Ana sale de casa tarde

**Formalizando:**

$$\sim p \vee q$$

$$\equiv p \rightarrow q$$

**Clave: “E”**

13. Antonia le dice a Martha: *"Si cocinas o lavas toda la ropa, entonces no es cierto que no vas a cocinar, pero lavas toda la ropa"*.

Sería lo mismo que le dijera:

- I) No cocinas y lavas toda la ropa
  - II) Cocinas y lavas toda la ropa
  - III) Cocinas o no lavas toda la ropa
  - IV) Cocinas y no lavas toda la ropa
  - V) Si lavas toda la ropa entonces cocinas
- A) I o II      B) Solo IV      C) I o IV  
D) III o V      E) Solo III

**Resolución:**

$p$  : Cocinas

$q$  : Lavas toda la ropa

**Formalizando:**

$$\begin{aligned}
 & (p \vee q) \rightarrow \sim (\sim p \wedge q) \\
 \equiv & \sim (p \vee q) \vee \sim (\sim p \wedge q) \\
 \equiv & (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \vee \sim q) \\
 \equiv & (\sim p \wedge \sim q) \vee p \vee \sim q \\
 \equiv & \underbrace{\sim q \vee (\sim q \wedge \sim p)} \vee p
 \end{aligned}$$

$$\equiv \sim q \vee p \equiv p \vee \sim q$$

$$\equiv \sim q \vee p \equiv q \rightarrow p$$

**Clave: "E"**

15. *Hace calor si es verano, pero si llueve, hace frío, sin embargo es verano o llueve, por lo tanto:*

- A) Hace calor y hace frío
- B) Si no hace calor, no hace frío
- C) Hace frío pero hace calor
- D) Hace calor o hace frío
- E) Hace frío

**Resolución:**

$p$  : Es verano

$q$  : Hace calor

$r$  : Hace frío

$s$  : llueve

**Formalizando:**

$$p \rightarrow q$$

$$s \rightarrow r \equiv s \rightarrow r$$

$$p \vee s \equiv \sim p \rightarrow s$$

$$\equiv \sim p \rightarrow r \equiv \sim r \rightarrow p$$

**Luego:**

$$p \rightarrow q$$

$$\sim r \rightarrow p$$

$$\equiv \sim r \rightarrow q \equiv r \vee q \equiv q \vee r$$

**Clave: "D"**



20. Si: “Juan está melancólico porque vive alejado de su familia”, al negar el enunciado anterior su equivalente es:

- A) No es cierto que, Juan vive alejado de su familia porque no está melancólico
- B) Juan vive alejado de su familia y está melancólico
- C) Juan no está melancólico y vive alejado de su familia
- D) Juan está melancólico, pero no vive alejado de su familia
- E) Más de una es correcta

**Resolución:**

$p$  : Juan vive alejado de su familia

$q$  : Juan está melancólico

**Formalizando:**

$$\sim (p \rightarrow q)$$

$$\equiv \sim (\sim p \vee q)$$

$$\equiv p \wedge \sim q$$

$$\equiv \sim q \wedge p$$

**Clave: “C”**



**Quédate En Casa**



**¡GRACIAS !**



**PITAGORAS**  
ACADEMIA